

Ejercicio de identificación de un modelo ARIMA

Datos

Cargue la serie de datos simulados [f7dcbd-12.gdt](#)

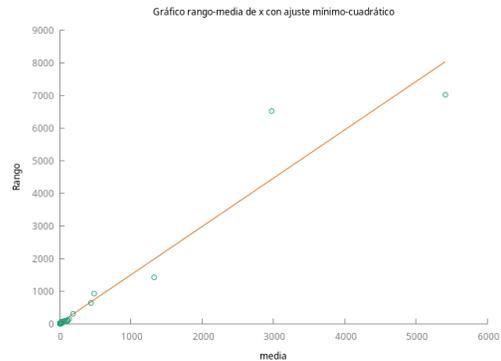
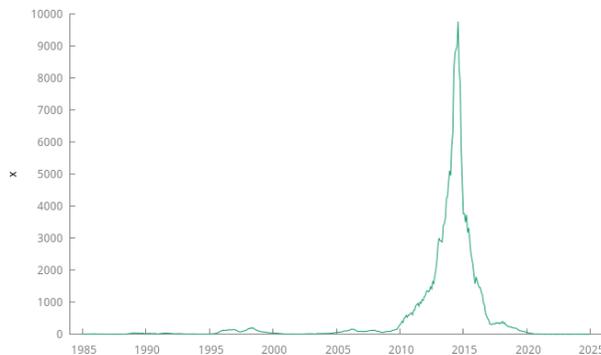
`open IdentificaEstosARIMA/f7dcbd-12.gdt`

Tareas a realizar

1. Realice un primer análisis gráfico: haga un gráfico de la serie y un gráfico *rango-media*
2. Determine si es necesario transformar logarítmicamente los datos
3. Determine si es necesario tomar una o más diferencias regulares de la serie
4. Determine si es necesario tomar una diferencia estacional de la serie
5. Encuentre un modelo ARIMA para la serie que sea lo más parsimonioso posible, pero cuyos residuos se puedan considerar *ruido blanco*.
6. Ficheros <https://github.com/mbujosab/EconometriaAplicada-SRC/tree/main/Ejercicios>
 - Versión en pdf
 - Datos: [f7dcbd-12.gdt](#)
 - Guión de gretl: [EjercicioIdentificacionARIMA.inp](#)

Primer análisis gráfico

```
gnuplot x --time-series --with-lines --output="SerieEnNiveles.png"  
rmpplot x --output="rango-media.png"
```

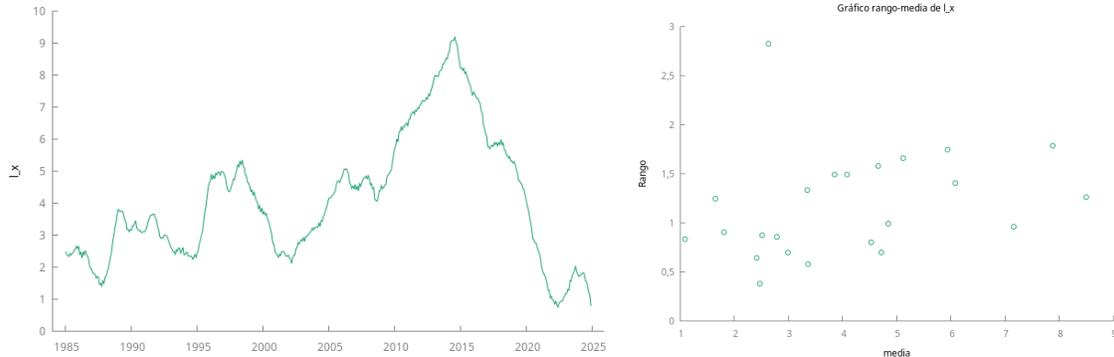


Estacionariedad en varianza

A la luz de los anteriores gráficos, donde se aprecia que la variabilidad de los datos aumenta con el nivel de la serie, parece necesaria la transformación logarítmica.

Transforme logarítmicamente los datos y grafíquelos

```
logs x
gnuplot l_x --time-series --with-lines --output="SerieEnLogs.png"
rmpplot l_x --output="rango-media-enLogs.png"
```



La serie en logs ya parece estacionaria en varianza.

Estacionariedad en media

El gráfico de la serie l_x parece mostrar una evolución en su nivel (una tendencia). Por tanto, parece indicado tomar una diferencia ordinaria.

No obstante, probemos a ajustar un modelo AR(1), probablemente obtendremos un polinomio autoregresivo con una raíz muy próxima a uno (o incluso menor que uno en valor absoluto).

```
AR1 <- arima 1 0 0 ; l_x
```

Evaluaciones de la función: 93

Evaluaciones del gradiente: 24

AR1: ARMA, usando las observaciones 1985:01-2024:12 (T = 480)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: l_x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p
const	2,43628	1,71557	1,420	0,1556
phi_1	0,998052	0,00178662	558,6	0,0000 ***

Media de la vble. dep.	4,117853	D.T. de la vble. dep.	1,982703
Media de innovaciones	-0,000257	D.T. innovaciones	0,124169
R-cuadrado	0,996075	R-cuadrado corregido	0,996075
Log-verosimilitud	317,4684	Criterio de Akaike	-628,9367
Criterio de Schwarz	-616,4154	Crit. de Hannan-Quinn	-624,0149

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR					
Raíz	1	1,0020	0,0000	1,0020	0,0000

AR1 guardado

Tal como se anticipaba, la raíz es casi 1. También podemos probar con los test formales de raíz unitaria

Test ADF

```
adf -1 l_x --c --glc --test-down --perron-qu
```

Contraste aumentado de Dickey-Fuller (GLS) para l_x
 contrastar hacia abajo desde 17 retardos, con el criterio AIC modificado, Perron-Qu
 tamaño muestral 477
 la hipótesis nula de raíz unitaria es: $[a = 1]$

```

contraste con constante
incluyendo 2 retardos de (1-L)l_x
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0,00213547
estadístico de contraste: tau = -1,19526
valor p aproximado 0,226
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,013
diferencias retardadas: F(2, 474) = 156,788 [0,0000]
```

El p-valor es elevado, por lo que NO se rechaza la H_0 de que la serie es $I(1)$

Test KPSS

```
kpss -1 l_x
```

Contraste KPSS para l_x

```

T = 480
Parámetro de truncamiento de los retardos = 5
Estadístico de contraste = 1,77747
```

```

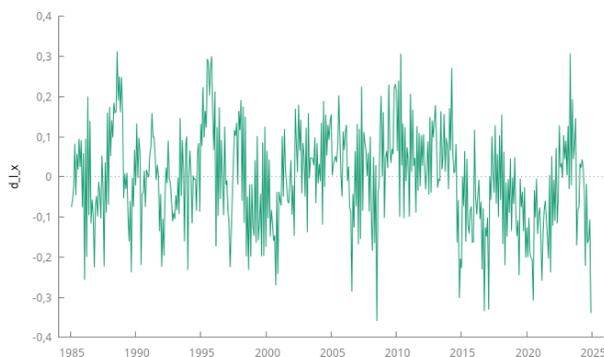
          10%      5%      1%
Valores críticos: 0,348  0,462  0,742
Valor p < .01
```

El p-valor es menor al 1%, por lo que se rechaza la H_0 de que la serie es $I(0)$.

Todas las evidencias apuntan a que es necesaria tomar una diferencia ordinaria

Repetición del análisis con la serie diferenciada

```
diff l_x
gnuplot d_l_x --time-series --with-lines --output="SerieLogEnDiferencias.png"
```



El gráfico de la serie transformada no muestra tener una clara tendencia o evolución a largo plazo de su nivel.

Probemos a ajustar un modelo AR a los datos diferenciados

```
ARIMA110 <- arima(1 1 0 ; d_l_x)
```

Evaluaciones de la función: 24

Evaluaciones del gradiente: 5

ARIMA110: ARIMA, usando las observaciones 1985:03-2024:12 (T = 478)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-L) d_l_x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p
const	-0,000361014	0,00262948	-0,1373	0,8908
phi_1	-0,755554	0,0299328	-25,24	1,40e-140 ***

Media de la vble. dep.	-0,000553	D.T. de la vble. dep.	0,154022
Media de innovaciones	0,000017	D.T. innovaciones	0,100834
R-cuadrado	0,388386	R-cuadrado corregido	0,388386
Log-verosimilitud	417,9912	Criterio de Akaike	-829,9825
Criterio de Schwarz	-817,4736	Crit. de Hannan-Quinn	-825,0647

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR				
Raíz 1	-1,3235	0,0000	1,3235	0,5000

ARIMA110 guardado

El parámetro ϕ_1 está lejos de la unidad (consecuentemente, también lo está la raíz autorregresiva).
Repitamos también los tests formales

Test ADF

```
adf -1 d_l_x --c --gls --test-down --perron-qu
```

Contraste aumentado de Dickey-Fuller (GLS) para d_l_x

contrastar hacia abajo desde 17 retardos, con el criterio AIC modificado, Perron-Qu

tamaño muestral 468
la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

contraste con constante
incluyendo 10 retardos de (1-L)d_l_x
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0,145647
estadístico de contraste: tau = -3,18886
valor p aproximado 0,001
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: 0,001
diferencias retardadas: F(10, 457) = 35,578 [0,0000]

El p-valores es muy bajo, por lo que se rechaza la H_0 de que la serie es $I(1)$

Test KPSS

kpss -1 d_l_x

Contraste KPSS para d_l_x

T = 479

Parámetro de truncamiento de los retardos = 5

Estadístico de contraste = 0,542182

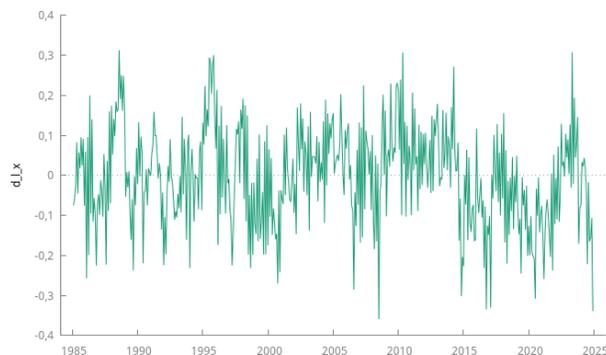
	10%	5%	1%
Valores críticos:	0,348	0,462	0,742
Valor p interpolado	0,039		

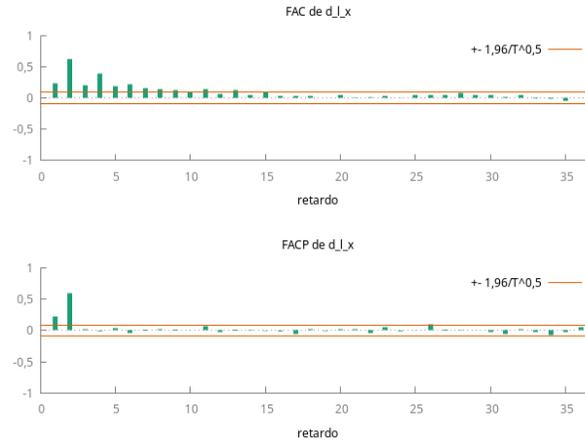
El p-valor no es muy concluyente: NO se rechaza la H_0 de que la serie es $I(0)$ al 1%, pero sí se rechaza al 5%. En cualquier caso, **las evidencias apuntan mayoritariamente a que NO es necesario tomar una segunda diferencia ordinaria**

Diferencias estacionales

Observemos el gráfico de la serie diferenciada y su correlograma.

corrgram d_l_x 36 --plot="d_l_x_ACF-PACF.png"





Ni en el gráfico de la serie se aprecia ninguna pauta estacional, ni en la función de autocorrelación simple las correlaciones correspondientes a los retardos estacionales son significativas (y deberían ser **muy prominentes** si fuera necesaria una diferencia estacional).

Además, si tratamos de ajustar un AR(1) estacional:

```
ARIMA010X100 <- arima 0 1 0 ; 1 0 0 ; l_x --nc
```

Evaluaciones de la función: 15

Evaluaciones del gradiente: 3

ARIMA010X100:

ARIMA, usando las observaciones 1985:02–2024:12 (T = 479)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-L) l_x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p
Phi_1	0,0578266	0,0459270	1,259	0,2080
Media de la vble. dep.	-0,003555	D.T. de la vble. dep.	0,124351	
Media de innovaciones	-0,003470	D.T. innovaciones	0,124062	
R-cuadrado	0,996083	R-cuadrado corregido	0,996083	
Log-verosimilitud	319,9682	Criterio de Akaike	-635,9364	
Criterio de Schwarz	-627,5930	Crit. de Hannan-Quinn	-632,6565	

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR (estacional)				
Raíz 1	17,2931	0,0000	17,2931	0,0000

ARIMA010X100 guardado

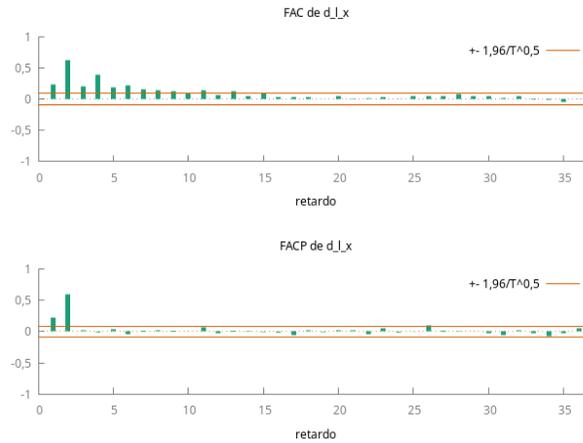
constatamos que la estimación del parámetro Φ_1 no es significativa.

Todas las evidencias apuntan a que NO es necesaria tomar ninguna diferencia estacional

Recuerde que los test ADF y KPSS no sirven para determinar si es necesario tomar diferencias estacionales (solo sirven para las diferencias regulares).

Búsqueda de un modelo ARIMA

Observando al ACF y la PACF de aprecia que la ACF decae a una tasa exponencial, y la PACF se trunca tras el segundo retardo, lo cual es compatible con un AR(2).



Por tanto, parece que la serie en logaritmos sigue un modelo ARIMA(2, 1, 0). Veamos si es así:

```
ARIMA210cte <- arima 2 1 0 ; l_x
```

Evaluaciones de la función: 27
Evaluaciones del gradiente: 6

ARIMA210cte:

ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2024:12 (T = 479)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-L) l_x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p	
const	-0,00612415	0,0144972	-0,4224	0,6727	
phi_1	0,0933620	0,0365714	2,553	0,0107	**
phi_2	0,604952	0,0365965	16,53	2,22e-61	***

Media de la vble. dep.	-0,003555	D.T. de la vble. dep.	0,124351
Media de innovaciones	0,000230	D.T. innovaciones	0,096517
R-cuadrado	0,997634	R-cuadrado corregido	0,997629
Log-verosimilitud	439,7655	Criterio de Akaike	-871,5310
Criterio de Schwarz	-854,8442	Crit. de Hannan-Quinn	-864,9712

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR				
Raíz 1	-1,3652	0,0000	1,3652	0,5000
Raíz 2	1,2108	0,0000	1,2108	0,0000

ARIMA210cte guardado

Los parámetros autorregresivos son significativos y el modulo de las raíces es claramente mayor que la unidad en ambos casos. No obstante, la constante no es significativa.

Reestimemos el modelo sin constante:

```
ARIMA210 <- arima 2 1 0 ; l_x --nc
```

Evaluaciones de la función: 21

Evaluaciones del gradiente: 4

ARIMA210: ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2024:12 (T = 479)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-L) l_x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p	
phi_1	0,0936419	0,0365721	2,560	0,0105	**
phi_2	0,605180	0,0365994	16,54	2,05e-61	***

Media de la vble. dep. -0,003555 D.T. de la vble. dep. 0,124351

Media de innovaciones -0,001626 D.T. innovaciones 0,096534

R-cuadrado 0,997634 R-cuadrado corregido 0,997629

Log-verosimilitud 439,6762 Criterio de Akaike -873,3525

Criterio de Schwarz -860,8374 Crit. de Hannan-Quinn -868,4326

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR				
Raíz 1	-1,3652	0,0000	1,3652	0,5000
Raíz 2	1,2104	0,0000	1,2104	0,0000

ARIMA210 guardado

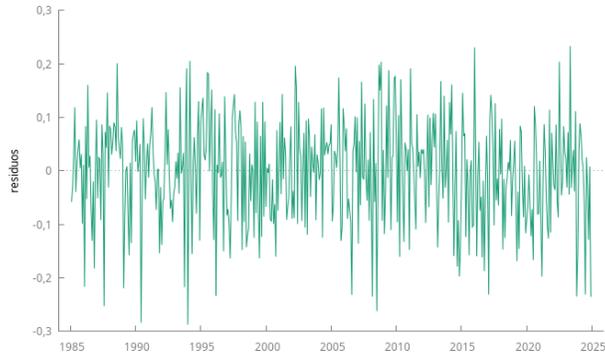
Análisis de los residuos

Todo parece OK, pero debemos ver el gráfico de los residuos y su correlograma, así como los estadísticos Q de Ljung-Box para constatar que podemos asumir que son la realización de un proceso de ruido blanco. También conviene mirar si tienen distribución gaussiana:

```
series residuos = $uhat
```

```
gnuplot residuos --time-series --with-lines --output="Residuos.png"
```

```
corrgrm residuos 15 --plot="residuosACF-PACF.png"
```



corrgm residuos 15

Función de autocorrelación para residuos

***, ** y * indica significatividad a los niveles del 1%, 5% y 10% utilizando la desviación típica $1/T^{0,5}$

RETARDO	FAC	FACP	Estad-Q.	[valor p]
1	-0,0115	-0,0115	0,0643	[0,800]
2	0,0078	0,0077	0,0940	[0,954]
3	-0,0064	-0,0062	0,1135	[0,990]
4	0,0112	0,0110	0,1747	[0,996]
5	0,0218	0,0222	0,4057	[0,995]
6	-0,0419	-0,0416	1,2590	[0,974]
7	0,0250	0,0239	1,5640	[0,980]
8	-0,0067	-0,0054	1,5857	[0,991]
9	-0,0195	-0,0211	1,7719	[0,995]
10	-0,0009	-0,0004	1,7723	[0,998]
11	0,0433	0,0449	2,6954	[0,994]
12	-0,0331	-0,0353	3,2347	[0,994]
13	0,0462	0,0479	4,2881	[0,988]
14	0,0159	0,0178	4,4136	[0,992]
15	0,0652	0,0623	6,5238	[0,970]

El gráfico de los residuos no presenta ninguna estructura reconocible y ninguna autocorrelación es significativa.

Más importante aún, los correlogramas no muestran ninguna pauta reconocible, se parecen mucho entre sí y los estadísticos Q muestran p-valores muy elevados, por lo que podemos asumir que estos residuos son “ruido blanco”.

También conviene mirar si los residuos tienen distribución gaussiana:

```
modtest --normality
```

Distribución de frecuencias para uhat10, observaciones 2-480
 número de cajas = 21, Media = -0,00162572, Desv.típ.=0,0967229

intervalo	punto medio	frecuencia	rel	acum.
< -0,27429	-0,28731	2	0,42%	0,42%
-0,27429 -	-0,24825	2	0,42%	0,84%
-0,24825 -	-0,22222	7	1,46%	2,30%
-0,22222 -	-0,19618	5	1,04%	3,34%
-0,19618 -	-0,17014	3	0,63%	3,97%
-0,17014 -	-0,14411	19	3,97%	7,93% *
-0,14411 -	-0,11807	21	4,38%	12,32% *
-0,11807 -	-0,092032	32	6,68%	19,00% **
-0,092032 -	-0,065995	31	6,47%	25,47% **
-0,065995 -	-0,039958	38	7,93%	33,40% **
-0,039958 -	-0,013921	36	7,52%	40,92% **
-0,013921 -	0,012116	56	11,69%	52,61% ****
0,012116 -	0,038154	60	12,53%	65,14% ****
0,038154 -	0,064191	45	9,39%	74,53% ***
0,064191 -	0,090228	46	9,60%	84,13% ***
0,090228 -	0,11626	25	5,22%	89,35% *
0,11626 -	0,14230	21	4,38%	93,74% *
0,14230 -	0,16834	13	2,71%	96,45%
0,16834 -	0,19438	9	1,88%	98,33%
0,19438 -	0,22041	6	1,25%	99,58%
>= 0,22041	0,23343	2	0,42%	100,00%

Contraste de la hipótesis nula de distribución Normal:
 Chi-cuadrado(2) = 6,694 con valor p 0,03519

Claramente tienen distribución normal.

Además, si en la ventana del modelo estimado pincha en el menú desplegable Gráficos ->Espectro con respecto al periodograma espectral verá que el espectro teórico del modelo se ajusta perfectamente al periodograma de la serie.

Por tanto, podemos concluir que la serie f7dcbd-12.gdt, una vez transformada logarítmicamente, sigue un proceso ARIMA(2, 1, 0) con media cero.

Modelo efectivamente simulado

Veamos si ese es el modelo usado en su simulación. Si miramos la línea 37 del fichero [000-Etiquetas-12.txt](#) que se encuentra en el directorio de donde hemos obtenido los datos encontramos lo siguiente:

```
f7dcbd, logs, mu = 2.5, ar = '(1 - 0.8B)(1 + 0.8B)', ma = "", i = '(1 - B)'
```

Efectivamente, requería la transformación logarítmica. La media era 2,5, (es decir la constante simulada no era cero). El polinomio AR era de grado 2: $\phi = (1 - 0,8B)(1 + 0,8B) = (1 + 0B - 0,64B^2)$, no tenía estructura MA y la serie requería una diferencia regular $(1 - B)$.

Por supuesto que la estimación de los parámetros no coincide exactamente con los parámetros del modelo simulado, pero la identificación del modelo ha sido PERFECTA.

Ahora escoja al azar nuevas series del [directorio](#) (dispone de centenares de series simuladas con distintos modelos) y practique la identificación hasta que adquiera seguridad.